la matematica e la sua didattica

3

1993

PITAGORA EDITRICE BOLOGNA

255

Periodico trimestrale - N. 3 - Lug.-Set. 1993 - Sped. Abb. Post. gruppo IV(70%)

Esporre la matematica appresa: un problema didattico e linguistico*

Bruno D'Amore
Dipartimento di Matematica
Università di Bologna

1. Nelle considerazioni didattiche circa le problematiche suscitate nell' àmbito dei processi di insegnamento/apprendimento della matematica, si punta l' attenzione su vari aspetti, più o meno tutti di effettiva importanza. Basta scorrere, ad esempio, i lavori di E. Fischbein e di G. Vergnaud [C] [FV] [V] (scelti, questi, solo perché in italiano) per avere una panoramica abbastanza vasta; ma si aggiungano talune posizioni di G. Papy [P1] [P2], di H. Maier [M1] [M2], di F. Speranza [S1]-[S4] [SD], tanto per avere un' idea di quanto la problematica sia multiforme ed articolata, fino ad arrivare a vere e proprie posizioni di contrasto o, comunque, a punti di vista assai diversi.

Per quanto mi concerne, da qualche tempo le mie riflessioni personali su questo tema si sono concentrate su problematiche che riguardano una fase ben precisa e, mi pare, non abbastanza esplorata, del processo che porta dallo "stimolo" alla risposta da parte dell' allievo. Cercherò di spiegarmi in quanto segue, dando a chi vuol approfondire questa posizione i riferimenti bibliografici [D1]-[D4].

Supponiamo che l' insegnante di matematica di Pierino[1] abbia ben condotto le sue lezioni sul tema:
- il perimetro del rettangolo
- il MCD tra due numeri naturali
- le formule di prostaferesi

...

adottando strategie didattiche opportune, intelligenti, ben equilibrate,... E che Pierino, proprio *lui*, non *la classe*[2] abbia ben appreso tali concetti[3].

A quel punto, nella tradizione scolastica c' è un nuovo problema che sembra riguardare solo Pierino: il nostro personaggio dovrà esporre, in qualche forma, quel che ha appreso, in modo adatto, tenendo conto di una quantità immensa di fattori, qualcuno palese ed esplicito, qualcuno nascosto ed implicito:
- dovrà usare una terminologia che l' insegnante potrà o meno giudicare appropriata
- dovrà usare una sintassi adeguata alla disciplina (unico giudice dell' adeguatezza è l' insegnante)
- dovrà rispettare alcune norme più o meno esplicitamente concordate in un contratto didattico
- dovrà ricorrere ad una semantica precisa e puntuale adatta alla

---

* Lavoro eseguito nell' àmbito del NRD di Bologna, fondi CNR e MURST. Conferenza tenuta a Sulmona (Aq), il 27 marzo 1993, nell' àmbito del "I Seminario Internazionale di Studio sulla Didattica della Matematica", dal titolo: "Insegnamento/Apprendimento della matematica. Linguaggio naturale e linguaggio della scienza. Altri relatori: G. Arrigo (Svizzera), E. Castelnuovo (Italia), H. Maier (Germania), G. Papy (Belgio), F. Speranza (Italia), G. Vergnaud (Francia).

1 a qualsiasi livello scolastico...

2 concetto vago, da abolire; così come non esiste un allievo "medio": esistono vari individui !

3 supponiamo, cioè, che la fase usualmente studiata di insegnamento / apprendimento sia filata via liscia... Fine dei problemi, allora ? Vedremo.

disciplina: poche divagazioni[4] o nessuna addirittura
- ...

Si tratta, a ben vedere, di un problema linguistico che può assumere fortissimi, addirittura decisivi, connotati didattici.

Fa parte degli accordi espliciti, per esempio, quello secondo il quale la recita di una poesia deve essere fatta in modo tale che l' intonazione sia calibrata, correlata al senso, espressiva. Ma spesso, nelle ... recite di matematica l' allievo apprende solo per imitazione a produrre forme linguisticamente ritenute significative, accettabili, opportune, dall' insegnante[5]. Di più, vi sono molte altre possibili condizioni al contorno:
- timidezza o vergogna nell'esporre in pubblico, ritegno a mostrare quel che si sa, specie in ragazzi adolescenti;
- ricerca di far parte di un gruppo, mostrando rifiuto per la materia o disprezzo per l' apprendimento in genere (e tale atteggiamento è spesso falso);
- nelle recite a teatro c'è il suggeritore; tutti lo sanno, ma non cessa d' essere un bravo attore quell' attore che riceve il suggerimento; nelle esposizioni orali di matematica la figura del suggeritore è ferreamente vietata;
- in molte forme di esposizione orale, l' evidenza oggettiva può essere anche solo richiamata, citata, come prova; in una dimostrazione, per esempio, no. Gli Indiani e gli Arabi ammettevano, in taluni passaggi, che una dimostrazione potesse essere costituita da una figura particolarmente evidente, sotto la quale essi scrivevano: "Ecco" oppure "Attenzione"; lo studente che oggi si permettesse di indicare una figura nella quale una proprietà è ben evidente dichiarando "Si vede"[6], sarebbe (giustamente ?) redarguito !
- ...

Ma *esporre* non vuol dire solo oralmente, bensì anche per iscritto. Qui la cosa si fa, in un certo senso, ancora più difficile: nel registro orale, lo ... strafalcione può scappare, essere perdonato o non ravvisato; chi controlla a puntino il coordinamento sintassi/semantica, nell' esposizione orale ?

Ma nello scritto c'è un documento stabile, che può essere esaminato più volte, analizzato.

Qui inizia il lavoro che intendo proporre da queste pagine, studiando alcuni protocolli prodotti in vari livelli scolastici, per condurre attraverso essi una riflessione generale.

Comincerò con un esempio che chiameremo: *il protocollo di Belluno*.

Il 30 novembre 1991 un professore del III anno dell' Istituto Magistrale di Belluno (allievi di 16-17 anni) propose come compito in classe ai suoi allievi il seguente esercizio:

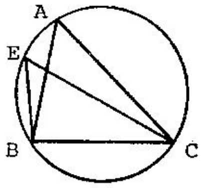
---

[4] che, invece, in altre discipline non solo sono ammesse ma talvolta addirittura ben accette e sollecitate.

[5] ripeto per l' ultima volta: unico giudice.

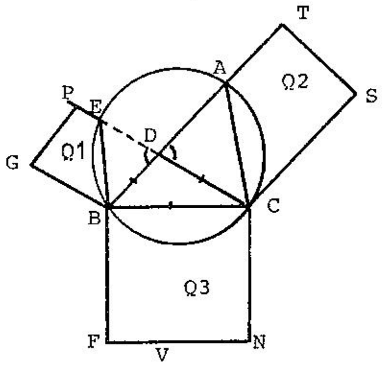
[6] è un "classico" della prima superiore

Data una circonferenza, la corda BC ed i due punti A, E sullo stesso arco BC, dimostrare che i due angoli "alla circonferenza" BEC e BAC sono congruenti.



L' allievo E. consegnò dopo due ore il compito che riassumo di seguito.

I segmenti EC ed AB si intersecano nel punto D. Gli angoli "al vertice" BDE ed ADC sono congruenti. Si consideri il triangolo BCD e sui suoi lati si costruiscano tre quadrati, rispettivamente Q1 sul lato BD, Q2 sul lato CD e Q3 sul lato BC.



Riporto fedelmente un brano del protocollo di E. :

"Per il teorema di Pitagora posso dire che Q1 è ≅ a Q2 e Q2≅Q3 come Q3≅Q1. Avendo dimostrato che i quadrati sono congruenti tra loro posso dire che: la base DB del triangolo $D\hat{E}B$ è simile alla base BC del triangolo $\hat{E}BC$ e quindi (...) sempre per il teorema di Pitagora BEPG e ATSC sono due quadrilateri congruenti"..."quindi EB e AC sono simili"...

Con un formalismo sempre più spinto e con una nomenclatura matematica molto decisa nella quale sono coinvolti angoli alterni interni di non si sa quali parallele ed angoli retti (tra i quali spiccano B ed E), lo studente E. si avvia alla conclusione, nella quale d' improvviso ricorda che si doveva parlare di angoli con vertici E ed A e quindi, del tutto a sproposito, dichiara essere vero quel che si chiedeva nell' esercizio come tesi.

Analizziamo questo protocollo, non tanto per biasimare lo studente o solidarizzare con l' insegnante o altro; esaminiamo lo sforzo che ha fatto lo studente nel senso da me delineato sopra.

Vi sono due componenti che saltano agli occhi:

- il linguaggio usato, nelle sue accezioni sintattiche e semantiche: uso dei termini, uso di teoremi precedenti, uso di simbolismi specifici
- l' atteggiamento adottato, evidente scimmiottatura acritica e forse inconsapevole del messaggio implicito lanciato dall' insegnante; insomma: lo studente ha come "modello" di atteggiamento l' insegnante ed a quello tenta di adeguarsi, ma non ne ha la capacità.

A questa coppia (L,A), linguaggio / atteggiamento, qualche tempo fa ho dato il nome scherzoso di "matematichese" [D3] [D4]. Lo studente, quale che sia la matematica che ha *davvero* appreso (e in nessun modo potremo noi sapere che matematica, quale, quanta, lo studente sa) fornisce questo modello esterno di quel che sa: di fronte allo stimolo offerto dal compito ricevuto come consegna, si saranno certo mosse competenze varie, sconosciute *in ogni caso* per noi; quel che possiamo analizzare, "leggere", è questo protocollo. Ma dobbiamo imparare a leggerlo, al di là del fatto valutativo, come osservatori distaccati, per capire. Lo studente ha fatto... indigestione di matematichese. E' come quando si finge di parlare una lingua straniera della quale si conoscono solo pochi vocaboli (e neanche, di tutti, il significato vero) ed i suoni, ed inoltre si sanno scimmiottare gli atteggiamenti tipici dei parlanti di quella lingua. Quel che ne emerge è un non senso che richiama quel modo di parlare. Solo che chi usa questo trucco lo fa consapevolmente; non so se in questo caso lo studente ne sia del tutto consapevole.

E. parla e scrive il matematichese. Cita il teorema di Pitagora, usa termini come 'alterni interni' e 'simili' ma del tutto a vuoto; usa simboli come $\cong$ ma chissà che cosa crede che significhino; guarda la figura e dichiara contro ogni buon senso che due quadrati completamente diversi sono congruenti[7]. Insomma: gli "ingredienti" terminologici ci sono, anche l' atteggiamento c'è; manca solo il senso: ma mentre la componente L si può apprendere e quella A si può imitare, il passaggio dal matematichese alla matematica ha qualche componente in più che si è persa per strada. Al di là di facili commenti, si pensi ad E., al suo affannarsi, alla sua sofferenza: in aula, l'insegnante parla una lingua che lui capisce solo in parte: ha perso il contatto da un pezzo. E' come essere stranieri in una classe nella quale si parla una lingua non compresa. Un martirio.

2. Per capire la problematica legata all' *esposizione della matematica appresa*, si deve scavare per far emergere il più possibile i "modelli interni", anche se sappiamo che, comunque, quel che conosceremo saranno solo loro "traduzioni" in qualche cosa di esterno [D4].

Con contratti didattici speciali, espliciti e funzionanti, siamo talvolta riusciti a far emergere posizioni individuali di grande interesse [D3]. Per esempio, allo stimolo:

---

[7] è uno dei casi nei quali un bel "Attenzione" rifgerito alla figura, alla moda indiano-araba starebbe proprio bene...

P1. Giovanna e Paola vanno a fare la spesa; Giovanna spende 10.000 lire e Paola spende 20.000 lire. Alla fine, chi ha più soldi nel borsellino, Giovanna o Paola ?

ecco la risposta di Stefania (III elem.) (8-9 anni)(protocollo fedele):

Nel borsellino rimane più soldi giovanna
30-10=20
10x10=100

testimonianza di uno sforzo insano che deve essere ascritto al matematichese. Allo stimolo:

P2. La zia Giovanna va a trovare i suoi nipotini Aldo e Bruna. Dopo averli salutati ed abbracciati, mette 3000 lire nel salvadanaio di Aldo e 5000 lire in quello di Bruna. Secondo te ci sono più soldi nel salvadanio di Aldo o in quello di Bruna ?

ecco la risposta di Luca (III elem.) (protocollo fedele):

La zia da 2000 lire a Bruna in più di Aldo
La zia da 2000 lire a Aldo in meno di Bruna
La zia vuole bene ai suoi nipotini
La zia da più soldi a Bruna
La zia cè molto generosa con i suoi nipotini
Secondo me ci sono più soldi nel salvadanaio di Bruna
La zia è andata a trovare i suoi nipotini Aldo ce Bruna
La zia si chiama Giovanna
Aldo e Bruna sono i nipotini della zia
Aldo e Bruna hanno il salvadanaio per metterci i soldi.

Si possono dire varie cose su questo protocollo; Luca ha pensato subito che la risposta giusta era che nel salvadanaio di Bruna c'erano più soldi; che diamine: la zia ne ha dati di più a lei ! Ma questa risposta è così poco simile al linguaggio usuale della matematica...E l' atteggiamento ? Non ci siamo: occorre inventare una risposta adeguata: ecco spiegato il trionfo del matematichese. Poi: c'è un suggerimento che si va molto rapidamente diffondendo nelle scuole dell' obbligo italiane, proposto il più delle volte[8] dagli stessi insegnanti: prima di iniziare a risolvere un problema, fare un bell' elenco completo di tutti i dati e poi riflettere su di essi. Mentre capisco il senso che può avere inizialmente spinto a questo atteggiamento diffuso *à la mode*, lo contrasto. Manca in esso ogni riferimento all' intuizione, non banale mezzo per risolvere problemi. Elencare tutti i dati non è un criterio critico: il nostro Luca, per esempio, in questo caso ha dovuto ... arrampicarsi sugli specchi per stilare un elenco abbastanza lungo; ma quel ch' è più bello è che tra i dati ha ... infilato dentro la "sua" risposta personale, intuitiva, quasi a nasconderla.

Ed ecco un altro stimolo che si è rivelato molto fruttifero:

P3. Antonio studia fino alle 17 e Giovanni studia fino alle 18. Chi ha studiato per più tempo ?

---

[8] in perfetta buona fede, s' intende

perché ha dato modo a Gionata (III elem.) di esprimersi così (protocollo fedele):

> Antonio fa 60 Minuti di orologio in meno e Giovanni 60 Minuti di orologio in più.
> Antonio è stato più furbo di Giovanni
> Giovanni e stato meno furbo di Antogno
> Antonio ha studiato di meno e Giovanni di più. Giovanni ha studiato un' ora in più e Antogno un' ora in meno Giovanni ha fatto un' ora composta di 4 quarti o due mezzi o intera cioè un ora intera

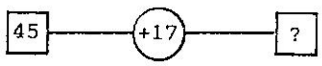
nel quale si coglie ancora lo sforzo di esprimere un atteggiamento non proprio, che finisce nella spiegazione del fatto che un' ora consta di 4 quarti, non avendo altro di ... abbastanza matematico da dire al riguardo.

Ed ecco lo stimolo

P4. Carlo fa i suoi compiti nel pomeriggio per un' ora e mezza; Carla per 45 minuti. I cartoni animati in TV iniziano alle 17. Chi dei due potrà vederli ?

che ha dato interessanti risultati; tra gli altri, nella linea che io voglio qui seguire, reputo notevoli i protocolli seguenti, tutti fedeli:

Nicola (III elementare):

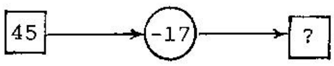


45+
17=

62

Potrà vederli Carla

Maria Rosaria (III elementare):



Trovo chi dei due potrà vedere i cartoni

45+
17=

28

I cartoni li vede Carlo

Si noti la "simmetria" tra le due posizioni al di là del banale refuso (+ al posto di -) nell' ultima operazione ed il matematichese emergente.

Torniamo allo stimolo P1, proposto però in II media (12-13 anni):

Silvia:

> Secondo me, chi ha più soldi nel borsellino è Giovanna
> [ma poi "Giovanna" è barrato e sostituito con "Paola", segno di evidente stato di incertezza e confusione]
> perché:
> Giovanna spende 10.000 mentre Paola spende 20.000.,
> 10.000 20.00
> Giovanna Paola
> 20.000 - 10.000 = 10.000 (soldi di Giovanna)
> 10.000 + 10.000 = 20.000 (soldi di Paola)

protocollo per il quale non serve commento esplicito.

Sempre nella scuola media, a mio avviso regno del matematichese più che in ogni altro livello scolastico, ecco due protocolli fedeli ottenuti grazie allo stimolo P3:

Massimo (II media):

> 18:17=9:5 [poi barrato]
> 18x9=172 minuti
> 17x8,5=144,5 minuti
> studia di più Giovanni

Massimiliano (II media):

> 17=Antonio studia fino
> 18=Giovanni studia fino
> 24-17=7 (quando ha iniziato antonio)
> 24-18=6 (quando ha iniziato Giovanni)
> 17-7=10 (quanto ha studiato Antonio)
> 18-6=12 (quanto ha studiato Giovanni)
> Giovanni ha studiato per più tempo.

E' evidente che Massimo ha *già* deciso che la risposta giusta è Giovanni ma non sa come giustificarla matematicamente; ricorre allora al matematichese, evidentisssimo, e soprattutto legato ad un uso acritico del formalismo. Il caso di Massimiliano è analogo in partenza (ha già deciso che la risposta giusta è "Giovanni") ma diverso come stile; egli vuole elencare i dati ma la lingua italiana materna non gli sembra edeguata per esprimere il fatto banale che Antonio ha studiato fino alle 17; ed allora usa il... capolavoro di matematichese:

> 17=Antonio studia fino

nel quale le componenti L ed A sono riconoscibilissime.[9]

Ci sono però molti casi nei quali lo sforzo fatto per stabilire contratti didattici speciali ha successo ed allora gli studenti rivelano molto più di se stessi, rinunciando al matematichese come forma obbligata di espressione. Ecco qualche esempio.

Stimolo P2, protocollo fedele di Marco (III elem.):

> Ci sono più soldi nel salvadanaio di Bruna perché la zia Giovanna ne ha messi di più di quelli di Aldo. Perché Chiara era molto gentile e Aldo un po' più maleducato

---

[9] Quando i problemi proposti riguardano il tempo, i protocolli tendono ad essere di incredibile interesse, oltre che per ciò che riguarda il matematichese, anche per quanto concerne strategie di risoluzione e formalismi. Purtroppo non c'è qui lo spazio sufficiente per compiere analisi a questo proposito: occorrerà tornarci su.

nel quale si nota l' emergere di un fatto affettivo forte testimoniato dal cambio di nome del personaggio, legato forse ad un modello personalizzato, e una sorta di "giustificazione" della storia, di grande interesse; la soluzione prospettata non sembra tanto riguardare l' apparato per così dire matematico del problema, ma quello narrativo, reale; dello stesso tipo è la risposta di Michele, stesso stimolo, stesso livello scolastico:

> La zia mette di più soldi nel salvadanaio di Bruna, perché a me pare che aldo e più piccolo

Stimolo P4, protocolli fedeli di III elementare:
Marco (furbo):

> I cartoni li potranno vedere tutti e due perché tutti e due finiscono prima
> questo è il trabocchetto-

Stefania (moralista):

> Carlo secondo mé è più bravo Carlo perché studia, anche Carla e brava però deve stare un pò più li col compito

Stimolo P1, II media: tentativo di spiegare che la risposta non si può dare perché manca il dato iniziale:
Elena:

> Rimangono più soldi nel borsellino chi aveva più soldi all' inizio della spesa

Stimolo P4, II media: tentativo di conquistare la benevolenza del lettore adulto; la studentessa vuol dimostrare di aver capito il messaggio nascosto nel testo:
Azadeia:

> Carlo è colui che s' impegna di più nello studio e vi dedica 90 minuti, quindi non riesce a vedere i cartoni.
> Carla invece dedica allo studio solo 45 minuti, quindi non riesce a vedere i Cartoni Animati.
> Secondo me i Cartoni non servono proprio a molto perché riempiono la memoria dei ragazzi di cose spesso fantastiche, quindi darei ragione a Carlo e io seguirei il suo metodo di studio.

A conclusione (parziale): occorre riflettere; l' insegnante si illude che lo studente colga del problema l' aspetto logico, problematico, aritmetico, calcolistico, ed invece l' attenzione sembra fissarsi su tutt' altro. Poi c'è lo sforzo di dare all' insegnante quel che chiede, in un contratto spesso implicito. E vince il matematichese.

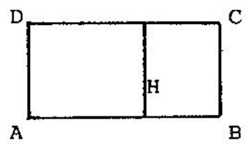
3. L' esperienza mi ha dimostrato che più lo stimolo è in grado di suscitare modelli interni legati a fatti affettivi realistici, più lo studente è disposto ad accettare contratti didattici speciali, rinunciando all' ossessivo matematichese ed accettando di dire le cose nella lingua materna, come le vede davvero e non come si aspetta che l' insegnante le voglia da lui.

In una ricerca che abbiamo chiamato *Fa' finta di essere...* e che si è sviluppata nella scuola media [D2] (con allievi di 12-13 anni), siamo spesso riusciti a ... penetrare nel profondo con vari espedienti. Insieme ad altri stimoli (5 in totale) hanno avuto molto successo questi due:

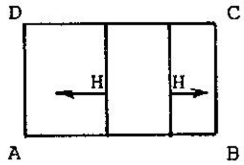
S2. *Fa' finta di essere un maestro (o maestra) elementare...* Vuoi spiegare ai tuoi alunni di terza (8 anni) che l' area del rettangolo si trova facendo base per altezza.

S5. *Fa' finta di essere un papà (o una mamma)...* Il tuo bimbo, che ha 7 anni, ha sentito dire che ogni triangolo ha tre altezze e ti chiede: "Papà (mamma), che cosa vuol dire ?". Niente di peggio che eludere la domanda di un bambino piccolo; dunque, decidi di rispondergli.

Nel caso S2, moltissime sono le risposte banali, legate ad un formalimo insulso, e le confusioni tra i termini "triangolo" e "rettangolo"; molta attenzione viene posta a cose del tutto marginali, tra le quali svetta il fatto che "base" si deve scrivere b ed altezza h, segno che questo è quanto di matematico sembra più rilevante agli allievi di seconda media. Molti studenti calcano la mano sul fatto che sul nome di un segmento va posto un segno orizzontale, come se ciò fosse fondamentale per capire che cos' è e come si calcola l' area di un rettangolo; ma anche questo è un segno evidente dell' eccesso di attenzione posta su fatti formali non del tutto chiari. Molti studenti puntano l' attenzione sulla convenzione che vanno messe delle lettere nei quattro vertici del rettangolo. Un allievo cerca di spiegare al proprio figliolo che, mentre per un essere umano normale l' altezza di un rettangolo ABCD è il segmento centrale verticale che chiama H,

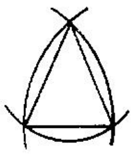


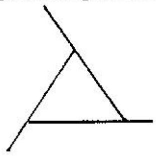
curiosamente per gli insegnanti a scuola è invece ciascuno dei lati verticali BC ed AD; ma effettivamente, però, se si trasla H nei due sensi, si trova che, in fondo in fondo, è la stessa cosa; nella seguente figura è esattamente riprodotta la proposta di quell' allievo.



Poiché si parla di 3 altezze, van bene tutte le terne possibili che possono venire in mente in campo geometrico; ecco quelle che risultano proposte almeno una volta:

tre archi   tre prolungamenti   incentro, baricentro, circocentro





Quanto poi al termine "area", esso è variamente ribattezzato: "ampiezza", "parte al centro"; si trova poi: "lato più lungo" per "altezza", "definire" per "misurare", ecc.
E veniamo a due "dimostrazioni", fornite in due protocolli che riproduco qui integralmente:

Il rettangolo è formato da due triangoli rettangoli.
Si chiamano così perché hanno un' angolo di 90°.
Dividiamo il rettangolo con una diagonale in 2 parti uguali.
Siccome la somma degli angoli interni di un triangolo è di 180°,
per trovare l' area del rettangolo si fa base per altezza.

Prima di tutto per iniziare questa figura geometrica si chiama
così perché ha tutti gli angoli di 90° cioè retti.
I suoi lati sono a 2 a 2 uguali $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$.
Quindi per trovare l' area si fa base per altezza.

Si coglie molto bene qui la spinta verso il matematichese: il linguaggio L ha già componenti sintattiche e semantiche ben connotate, ma soprattutto gli studenti hanno già colto il (vuoto) atteggiamento A e cercano di metterlo in pratica. Ma la cosa micidiale è che nel II procotollo non c'è figura; né lo studente può averla fatta su altro foglio, perché aveva a disposizione solo il nostro; né può averla cancellata, perché disponeva solo di penna biro e foglio. Il modello mentale che si è fatto di rettangolo è dunque già... corredato di lettere al punto giusto! Ma quel "quindi" che sbandiera in conclusione lo avvia forse inesorabilmente verso il matematichese...
Per concludere, il protocollo di Nigel, sempre di II media, il quale esemplifica al proprio figliolo il caso di un rettangolo con i lati lunghi 2 e 3 [10] il che sembra un' ottima idea concreta, dal punto di vista didattico! Ma Nigel propone che l' area misuri 6^2 e quel 2 all' esponente compendia, a detta dello stesso autore, "l' altezza e la lunghezza". Quanto del linguaggio delle unità di misura sia diventato naturale, è evidente, è men che zero: nell' uso formale delle unità di misura, il matematichese regna sovrano.
Fortunatamente, come ho già detto nel §2, ci sono studenti che hanno il coraggio di non trincerarsi dietro il matematichese e si lasciano andare a qualche cosa di più sano: sanno che i protocolli saranno letti solo dai ricercatori e non dai loro insegnanti, sanno che non avranno peso alcuno sulla valutazione, accettano il gioco, ed allora salta fuori un bell' uso del linguaggio comune, spontaneo, che dà fiducia... Ecco tre interessantissimi protocolli, tutti di II media:

---

[10] non vi chiedete quali siano le unità di misura: quasi nessuno studente le utilizza; quando lo fanno nei compiti è perché l'insegnante le pretende, non perché abbiano davvero capito a che cosa servano e come funzioni il loro meccanismo formale!

Anonima:

> Io non credo di essere in grado di fare finta di essere un maestro delle elementari, comunque posso sempre provare: c'è sempre una prima volta.
> Innanzitutto se dovessi proprio essere un insegnante, sarei molto spontanea e simpatica, in modo da rendere il dialogo con i miei alunni, semplice e diretto.
> Mi piacerebbe avere un rapporto di amicizia, divertente, infatti se dovessi spiegare come si trova l' area del rettangolo, data la mia golosità in fatto di dolci, immaginerei il rettangolo come una fetta di cioccolato.
> Ci ho provato; ma non ci sono riuscita non sono in grado di spiegare che l' area di un triangolo si trova moltiplicando base per altezza

Anonimo(a):

> Non devi credere a tutto quel che ti si dice

Simona:

> Figlio mio, la geometria tu non la conosci però voglio spiegarti che cosa vuol dire altezza. Come te, io, e papà abbiamo un altezza, che si misura dalla testa ai piedi, anche i triangoli ne hanno una, però la loro si misura dal vertice che è un puntino fino alla base che sono come i nostri piedi. Però dato che loro hanno 3 puntini (vertici), hanno tre altezze perché hanno i nostri 3 paia di piedi. E dato che noi abbiamo una sola testa e un sol paio di piedi, abbiamo solo un' altezza.

Mi sembra si tratti di protocolli formidabili. Il primo rivela grandi attenzioni di tipo pedagogico e didattico, il secondo che l' idea che un triangolo abbia tre altezze è da considerarsi spontaneamente una vera e propria enormità, il terzo qual è un modello mentale interno *vero* che si fa uno studente di 12-13 anni dell' altezza di un triangolo; ingenuo, forse: ma è l'unico che funzioni.[11]

4. Mi sono sempre chiesto perché un problema, oramai classico per il nostro nucleo, detto *Problema della formichina sul quadrato*, sia cosi maledettamente difficile; forse perché coinvolge contemporaneamente tempo e spazio, ci hanno detto; forse perché non ci sono algoritmi usuali per risolverlo, ci hanno detto. Di fatto, in V elementare (10-11 anni), in II (12-13 anni) e III media (13-14 anni), ed in I superiore (14-15 anni), il problema mostra una percentuale di soluzioni corrette incredibilmente basso: sfiora lo 0% alle elementari e non cresce molto poi!

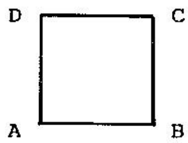
Perché ? Vediamo il problema, da me già descritto a lungo altrove[12] [D1] [D4]].

---

11 altro che segmento di perpendicolare condotto da bla bla bla: perché non dire le cose in un italiano normale, usato e non desueto ed artificiale ? Certo, per carità, prima o poi deve maturare la capacità di far uso di quel particolare linguaggio, certo. Ma per chi, per quanti ? Che mestiere farà Simona, da grande ? Che linguaggio le vogliamo lasciare ? Che ricordo della matematica ? C' è da meditare profondamente.

12 come in molti altri nostri problemi, il testo è ottenuto da preliminari rielaborazioni con bambini: si veda [D4]

Una formichina vuole effettuare un percorso quadrato partendo da A, passando per B, poi per C e per D, fino a tornare in A.



Il lato del quadrato è di 200 m. Durante il giorno, la formichina cammina per 200 m esatti; ma durante la notte un forte vento la riporta indietro della metà del percorso fatto durante il giorno. Se parte il lunedì mattina, cammina per tutto il giorno e arriva in B alla sera, durante la notte torna indietro a metà lato. Riparte il martedì mattina, e così via. Arriverà di nuovo in A, dopo aver fatto tutto il percorso... Quando ?

Una quantità enorme di studenti afferma che la risposta esatta è "8 giorni" (due giorni per lato) e quindi risponde cose del tipo: "Fra 8 giorni", oppure "Lunedì prossimo"; pochissimi dicono: "Domenica". Ma questi pochissimi intendono dire "Domenica sera" (che è la risposta esatta) o qualche cosa d' altro ? I bambini delle elementari sono anche disposti a seguire una strategia vincente: ditino che avanza sul lato & cantilena dei giorni della settimana e, quando non si confondono, danno le pochissime risposte esatte; ma i ragazzi più grandi, dalle medie in su, vogliono risolvere tutto con calcoli. Ma: quali ? Non li sanno gestire e quindi scrivono risposte di poco senso. Il trionfo del matematichese si vede qui in misura massima; basti pensare, ad esempio, che quasi tutti gli studenti calcolano il perimetro del rettangolo, quasi fosse un richiamo irresistibile, un ammaliante canto delle sirene ...

5. C'è una serie di passaggi di grande importanza sui quali la ricerca in didattica della matematica sembra stia puntando molto l' attenzione, passaggi (indipendenti dal livello scolastico) che semplificherei così:

I : proposta del testo di un esercizio
II : lettura del testo
III: la semantica genera un modello mentale
IV : traduzione del modello mentale in qualche cosa di esterno
V : produzione di un modello esterno.

La nostra attenzione [D3] [D4] si è posta sul passaggio tra III e IV ed abbiamo esaminato vari fattori:
-difficoltà di esaminare la k-tacita (conoscenza tacita)
-desiderio di assecondare le attese
-mancanza di un linguaggio adeguato
-diversità o complessità dei campi di esperienza sollecitati
-pressione del matematichese come forma obbligata di espressione.

Tuttavia, nel passaggio da IV a V c' è un problema enorme sul quale l' insegnante è invitato a riflettere:

esporre la matematica appresa (ammettendo che comunque qualcosa è sempre appreso), quale che sia il modo in cui essa è stata insegnata ed appresa, è un problema che non è solo linguistico, bensì pedagogico e didattico.

Riferimenti bibliografici

[C] L. Chini Artusi (ed.), *Numeri e operazioni nella scuola di base*, Zanichelli-UMI, Bologna 1985

[D1] B.D'Amore-P.Sandri, *Il problema nella pratica matematica educativa*, in corso di stampa

[D2] B.D'Amore-P.Sandri, *Fa' finta di essere...*, in corso di stampa

[D3] B.D'Amore-P.Sandri, *Interventi spontanei a completamento di dati mancanti*, in corso di stampa

[D4] B.D'Amore, *Problemi*, Progetto MaSE vol. XA, Angeli, Milano 1993

[FV] E.Fischbein-G.Vergnaud, *Matematica a scuola: teorie ed esperienze*, Pitagora, Bologna 1992

[M1] H.Maier, *Problemi di lingua e di comunicazione durante le ore di matematica*, "La Matematica e la sua didattica", 1, gennaio 1993

[M2] H.Maier, *Domande che si evolvono nelle lezioni di matematica*, "La Matematica e la sua didattica", 2, aprile 1993

[P1] G.Papy, *Eulero 1736*, "La Matematica e la sua didattica", 2, aprile 1991

[P2] G.Papy, *Inno alla gioia Euclidea*, "La Matematica e la sua didattica", 2, aprile 1992

[S1] F.Speranza, *A che cosa serve la filosofia della matematica ?*, "La Matematica e la sua didattica", 1, novembre 1987

[S2] F.Speranza, *Salviamo la Geometria !*, "La Matematica e la sua didattica", 2, maggio 1988

[S3] F.Speranza, *Controindicazioni al riduzionismo*, "La Matematica e la sua didattica", 3, settembre 1990

[S4] F.Speranza, *Il progetto culturale di Federigo Enriques*, in: B.D'Amore-C.Pellegrino (eds), *Convegno per i sessanta anni di Francesco Speranza*, stampa in proprio (il Convegno si svolse il 3 ottobre 1992 presso il Dipartimento di Matematica dell' Università di Bologna

[SD] B.D'Amore-F.Speranza (eds), *Lo sviluppo storico della matematica-Spunti didattici*, Armando, Roma; vol. I : 1989; vol. II : 1992

[V] G.Vergnaud, *La teoria dei campi concettuali*, "La Matematica e la sua didattica", 1, gennaio 1992.